

İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler

a, b, c, d, e ve f birer gerçekte sayı ve a, b, c sayılarından en az biri 0 dan farklı olmak üzere

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

şeklindeki denklemlere ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler denir.

Denklemlerden en az bir tanesi ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem olmak üzere en az iki denklemden oluşan sisteme **ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi** denir.

Denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulmak için "yerine koyma metodu" veya "yok etme metodu" kullanılabilir.

Örnek:

$$3x^2 - 2y^2 = 10$$

$$x^2 + y^2 = 5$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

Değişkenlerden birini yok edecek şekilde hamleler yapalım.

$$3x^2 - 2y^2 = 10$$

$$2/ \quad x^2 + y^2 = 5$$

$$3x^2 - 2y^2 = 10$$

$$+ \quad 2x^2 + 2y^2 = 10$$

$$5x^2 = 20$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2 \text{ dir.}$$

x = -2 ise,

$$x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ veya } y = -1 \text{ dir.}$$

x = 2 ise,

$$x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ veya } y = -1 \text{ dir.}$$

Çözüm Kümesi = {(-1, -2), (-1, 2), (1, -2), (1, 2)} dir.

Örnek:

$$x - 2y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 15$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

1.denklemden yararlanarak x'i y cinsinden ifade edelim.

$x = 2y + 6$ dir. Bunu ikinci denklemde kullanalım.

$$x^2 - y^2 = 15 \Rightarrow (2y + 6)^2 - y^2 = 15$$

$$4y^2 + 24y + 36 - y^2 = 15$$

$$3y^2 + 24y + 21 = 0 \quad \text{her tarafı 3'e bölelim.}$$

$$y^2 + 8y + 7 = 0$$

$$(y + 7)(y + 1) = 0$$

$$y = -7 \text{ veya } y = -1 \text{ dir.}$$

$$y = -7 \text{ ise } x = 2 \underbrace{y + 6}_{-7} = -14 + 6 = -8 \text{ dir.}$$

$$y = -1 \text{ ise } x = 2 \underbrace{y + 6}_{-1} = -2 + 6 = 4 \text{ tür.}$$

Çözüm Kümesi = {(-8, -7), (4, -1)} dir.

Örnek:

$$x + y = 3$$

$$y = -x^2 - 5x - 6$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulup, grafikte gösteriniz.

Çözüm:

$x + y = 3$ ise $y = 3 - x$ tir. Bunu ikinci denklemde kullanırsak,

$$3 - x = -x^2 + x + 6$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ olur.}$$

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

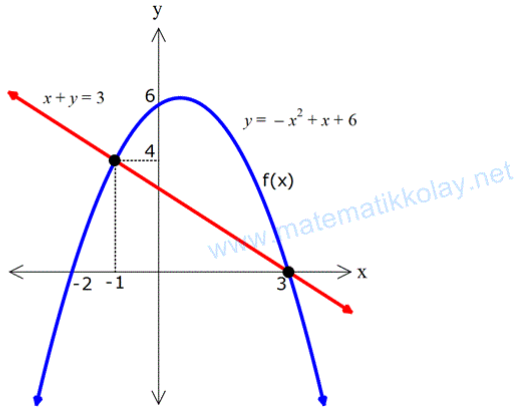
$x = -1$ veya $x = 3$ tür.

$x = -1$ ise $y = 3 - x = 4$ tür.

$x = 3$ ise $y = 3 - x = 0$ dır.

Çözüm Kümesi = $\{(-1, 4), (3, 0)\}$ dır.

Grafiği çizdiğimizde, doğru ile parabolün kesişim noktaları $(-1, 4)$ ve $(3, 0)$ olacaktır. Bu durum aşağıda gösterilmiştir.



Örnek:

$$2x + y = 3$$

$$x^2 + xy + 2y^2 + 5x = 16$$

denkleminin çözüm kümesindeki x değerlerinin toplamı kaçtır?

Çözüm:

$y = 3 - 2x$ tir. Bunu ikinci denklemde yazalım.

$$x^2 + x \underset{3-2x}{y} + 2 \underset{3-2x}{y}^2 + 5x = 16$$

$$x^2 + x(3 - 2x) + 2(3 - 2x)^2 + 5x = 16$$

$$x^2 + 3x - 2x^2 + 2(9 - 12x + 4x^2) + 5x = 16$$

$$x^2 + 3x - 2x^2 + 18 - 24x + 8x^2 + 5x = 16$$

$$7x^2 - 16x + 2 = 0$$

$$\text{Kökler toplamı} = -\frac{-16}{7} = \frac{16}{7} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$x^2 + y^2 - 10x + 20y = -125$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm:

Tam kare ifadeler oluşturup, denklemi daha iyi inceleyebiliriz. İlk önce

$$\underbrace{x^2 - 10x + 25}_{(x-5)^2} + \underbrace{y^2 + 20y + 100}_{(y+10)^2} = 0 \text{ şeklinde yazabiliriz.}$$

$$(x - 5)^2 + (y + 10)^2 = 0$$

İki tam kare ifadenin toplamı 0 ise, bunlar ayrı ayrı 0'a eşit olmalıdır.

Yani $x = 5$ ve $y = -10$ dur.

Çözüm Kümesi = $\{(5, -10)\}$ dur.