

(1-i) ve (1+i) nin Kuvvetleri

1)

$i^2 = -1$ olmak üzere,

$$\frac{(1+i)^{10} - (1-i)^6}{(1+i)^2 \cdot (1-i)^2}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 10i B) 8i C) 6i D) 4i E) 2i

ÇÖZÜM:

Not: $(1+i)^2 = 2i$; $(1-i)^2 = -2i$ dir.

$$\frac{(1+i)^{10} + (1-i)^6}{(1+i)^2 \cdot (1-i)^2} = \frac{(2i)^5 + (-2i)^3}{2i \cdot (-2i)} = \frac{32i^5 - 8i^3}{-4i^2}$$

Not: $i^1 = i$; $i^2 = -1$; $i^3 = -i$; $i^4 = 1$ dir ve bu şekilde tekrarlanır.

$$\frac{32i^5 - 8i^3}{-4i^2} = \frac{32i - 8(-i)}{-4(-1)} = \frac{40i}{4} = 10i \text{ buluruz. Cevap: A}$$

2)

$(1-i)^{49}$ ifadesinin imajiner kısmı kaçtır?

- A) 2^{24} B) -2^{24} C) 2^{25} D) -2^{25} E) -2^{48}

ÇÖZÜM:

Not: $(1-i)^2 = -2i$ dir.

Açarak da bulunabilir:

$$(1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = 1 - 2i - 1 = -2i$$

$$(1-i)^{49} = (1-i)^{48} (1-i)$$

$$= ((1-i)^2)^{24} (1-i)$$

$$= (-2i)^{24} (1-i)$$

$$= 2^{24} i^{24} (1-i) \quad \text{Not: } i^{4k} = 1$$

$$= 2^{24} \cdot 1 \cdot (1-i)$$

$$= 2^{24} (1-i)$$

$$= 2^{24} \underbrace{-2^{24}}_{-2^{24}} \cdot i$$

$$\text{İmajiner kısım: } -2^{24}$$

Cevap: B

3)

$\frac{(1+i)^5 + (1+i)^7}{(1+i)^8}$ ifadesinin eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ B) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}i$ C) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}i$
D) $\frac{1}{8} - \frac{1}{4}i$ E) $2 - \frac{3}{5}i$

ÇÖZÜM:

Not: $(1+i)^2 = 2i$ dir. Buna göre;

$$\frac{(1+i)^5 + (1+i)^7}{(1+i)^8} = \frac{(1+i)^4 \cdot (1+i) + (1+i)^6 \cdot (1+i)}{(2i)^4}$$

$$\frac{(2i)^2 \cdot (1+i) + (2i)^3 \cdot (1+i)}{16} = \frac{-4(1+i) - 8i(1+i)}{16}$$

$$= \frac{-4 - 4i - 8i + 8}{16} = \frac{4 - 12i}{16} = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}i \text{ dir.}$$

$$\text{Eşleniği} \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{3}{4}i \text{ buluruz.}$$

Cevap: C

4)

$(1+i)^7 \cdot (1-i)^6$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $32 - 32i$ B) $32 + 32i$ C) $64 - 64i$
D) $64 + 64i$ E) $16 - 16i$

ÇÖZÜM:

$$Z = \underbrace{(1+i)^7}_{\text{Burayı ayıralım.}} (1-i)^6$$

$$Z = (1+i)(1+i)^6 (1-i)^6$$

$$Z = (1+i)[(1+i)(1-i)]^6$$

$$\text{Not: } (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \text{ dir.}$$

$$Z = (1+i)[1^2 + 1^2]^6$$

$$Z = (1+i)[2]^6$$

$$Z = (1+i)64$$

$$Z = 64 + 64i \text{ buluruz.}$$

Cevap: D

5)

$$z = (4 + 4i)^3 \cdot (2 - 2i)^7$$

olduđuna gore, $\text{Im}((\bar{z})^{-1})$ katır?

- A) -2^{18} B) -2^{15} C) 0 D) 2^{15} E) 2^{18}

ZM:

$$\begin{aligned} (4 + 4i)^3 (2 - 2i)^7 &= (4(1+i))^3 (2(1-i))^7 \\ &= 4^3 (1+i)^3 \cdot 2^7 (1-i)^7 \\ &= 2^6 (1+i)^3 \cdot 2^7 (1-i)^7 \\ &= 2^{13} (1+i)^3 \cdot (1-i)^7 \\ &= 2^{13} (1+i)^3 \cdot (1-i)^3 \cdot (1-i)^4 \\ &= 2^{13} ((1+i)(1-i))^3 \cdot (1-i)^4 \\ &= 2^{13} \cdot 2^3 \cdot (1-i)^4 \\ &= 2^{16} \cdot (1-i)^4 \\ &= 2^{16} ((1-i)^2)^2 \\ &= 2^{16} (-2i)^2 \\ &= 2^{16} (-4) \\ &= -2^{18} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\bar{z} = -2^{18} \Rightarrow (\bar{z})^{-1} = \frac{1}{-2^{18}} \Rightarrow \text{Im}\left(\frac{1}{-2^{18}}\right) = 0 \text{ dir.}$$

Cevap: C