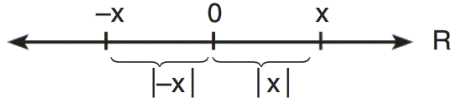


Bir gerçık sayının sıfıra uzaklığına bu sayının **mutlak değeri** denir.

Bir x gerçık sayısının mutlak değeri $|x|$ biçiminde gösterilir.



$x \geq 0$ ise $|x| = x$ tir.

$x < 0$ ise $|x| = -x$ tir.

Örnek:

$$|5| = 5 \text{ tir.}$$

$$|-3| = 3 \text{ tür.}$$

$$|3-5| = 5-3 = 2 \text{ dir.}$$

$$|0| = 0 \text{ dır.}$$

Not: Mutlak değerin içi pozitif ise aynen dışarı çıkar, negatif ise önüne eksi (-) işareti konur.

Örnek:

$x < 0$ olmak üzere,

$$|x-2| + |x| - 6 = 2 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$|x-2| + |x| - 6 = 2 \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

$$\begin{matrix} \text{içerisi negatif} & \text{içerisi} \\ \text{negatif} & \text{negatif} \end{matrix}$$

$$-x + 2 - x - 6 = 2$$

$$-2x - 4 = 2$$

$$-2x = 6$$

$$x = -3 \text{ tür.}$$

Not:

$$|x| = |-x|$$

$$|x-y| = |y-x| \text{ tir.}$$

Örnek:

$x < y$ olmak üzere,

$$|y-x| + 3|x-y| + 2x - 2y = 8 \text{ ise } x-y \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$\underbrace{|y-x| + 3|x-y|}_{4|x-y|} + \underbrace{2x-2y}_{2(x-y)} = 8 \text{ ise}$$

$$4|x-y| + 2(x-y) = 8$$

içerisi
negatif

$$-4(x-y) + 2(x-y) = 8$$

$$-2(x-y) = 8$$

$$x-y = -4 \text{ tür.}$$

Not: Mutlak değeri negatif olamaz. $|x| \geq 0$

Örnek:

$$|x+2| + |x-6| \text{ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

Mutlak değeri en az 0 olabilir.

$$|x+2| \text{ 'yi } 0 \text{ yapan } x \text{ değeri } -2 \text{ dir.}$$

$$|x-6| \text{ 'yi } 0 \text{ yapan } x \text{ değeri ise } 6 \text{ dir.}$$

En küçük değeri bulmak için bu iki değeri de test edelim.

$$x = -2 \text{ için } |x+2| + |x-6| = 0 + |-8| = 8 \text{ dir.}$$

$$x = 6 \text{ için } |x+2| + |x-6| = |8| + |0| = 8 \text{ dir.}$$

O halde, en küçük değeri 8 dir.

Not: Mutlak değerin içi çarpanlara ayrılabilir, bu çarpanlar ayrı ayrı mutlak değerlerin çarpımı olarak yazılabilir. Aynı şey bölüm için de geçerlidir.

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y| \text{ dir.}$$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|} \quad (y \neq 0)$$

Örnek:

$$|5x-10|+|2x-4|=21 \text{ ise } x\text{'in pozitif değeri kaçtır?}$$

Çözüm:

$$|5(x-2)|+|2.(x-2)|=21$$

$$5.|x-2|+2.|x-2|=21$$

$$7.|x-2|=21$$

$$|x-2|=3$$

x'in pozitif değeri 5 tir.

Not: Tam sayı kuvveti alınan bir sayının mutlak değerini almak ile o sayının mutlak değerinin tam sayı kuvvetini almak aynı şeydir.

Örnek:

$$|(-2)^3|=|-2|^3=2^3=8 \text{ dir.}$$

Not: Üçgen Eşitsizliği

$$|x+y| \leq |x|+|y| \text{ dir.}$$

Örnek:

$$|x|=2 \text{ ve } |y|=5 \text{ olsun.}$$

$$x=2 \text{ ya da } -2 \text{ dir.}$$

$$y=5 \text{ ya da } -5 \text{ tir.}$$

$$|x+y| \text{ en fazla } |2+5|=7 \text{ olur.}$$

$$\text{Ancak } |2-5|=|-3|=3 \text{ de olabilir.}$$

Bu sebeple

$$|x+y| \leq |x|+|y|$$

$$|x+y| \leq 2+5$$

$$|x+y| \leq 7 \text{ dir, diyebiliriz.}$$

Mutlak Değerli Denklemler

a > 0 olmak üzere,

$$|x|=a \text{ ise } x=a \text{ ya da } x=-a \text{ dır.}$$

Örnek:

$$|x|=5 \text{ ise } x=5 \text{ ya da } x=-5 \text{ tir.}$$

Not:

$$|x|+|y|=0 \text{ ise hem } x=0 \text{ hem de } y=0 \text{ dır.}$$

Örnek:

$$|2x-3|+|6-4x|=9 \text{ ise } x\text{'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?}$$

Çözüm:

$$|2x-3|+|-2.(2x-3)|=9$$

$$|2x-3|+2|2x-3|=9$$

$$3|2x-3|=9$$

$$|2x-3|=3$$

$$2x-3=3 \text{ ya da } 2x-3=-3 \text{ tür.}$$

$$2x=6 \qquad 2x=0$$

$$x=3 \text{ tür.} \qquad x=0 \text{ dır.}$$

$$x\text{'in değerleri toplamı } 3+0=3 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$|x-6|+|x-2|=16 \text{ ise } x\text{'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?}$$

Çözüm:

3 bölgede soruyu çözeceğiz.

$$x < 2 \text{ ise } \underbrace{|x-6|}_{\text{içi negatif}} + \underbrace{|x-2|}_{\text{içi negatif}} = 16$$

$$6 - x + 2 - x = 16$$

$$8 - 2x = 16$$

$$-2x = 8 \Rightarrow x = -4 \text{ tür. (2 den küçük)}$$

$$2 \leq x < 6 \text{ ise } \underbrace{|x-6|}_{\text{içi negatif}} + \underbrace{|x-2|}_{\text{içi pozitif}} = 16$$

$$6 - x + x - 2 = 16$$

$$4 = 16 \Rightarrow \text{çözüm yok.}$$

$$6 \leq x \text{ ise } \underbrace{|x-6|}_{\text{içi pozitif}} + \underbrace{|x-2|}_{\text{içi pozitif}} = 16$$

$$x - 6 + x - 2 = 16$$

$$2x - 8 = 16$$

$$2x = 24$$

$$x = 12 \text{ dir. (6 dan büyük)}$$

x değerleri toplamı $-4 + 12 = 8$ dir.

Not:

$|x-a|=b$ ise x'in değerleri toplamı $2a$ dir.

Örnek:

$|x-5|=15!$ ise x'in değerleri toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} x-5=15! \Rightarrow x=15!+5 \text{ tir.} \\ \text{ya da} \\ x-5=-15! \Rightarrow x=-15!+5 \text{ tir.} \end{array} \right\} \text{Toplamları 10 dur.}$$

Mutlak Değer İçeren Eşitsizlikler

1) $|x| \leq a$ ise $-a \leq x \leq a$ dir.

Örnek:

$|x| \leq 3$ ise $-3 \leq x \leq 3$ tür.

Örnek:

$|x+5| < 2$ ise $-2 < x+5 < 2$
 $-7 < x < -3$

Ç.K. = $(-7, -3)$ tür.

2) $|x| \geq a$ ise $x \leq -a$ ya da $x \geq a$ dir.

Örnek:

$|x| \geq 5$ ise $x \leq -5$ ya da $x \geq 5$ tir.

Örnek:

$|2x+12| > 8$ ise
 $2x+12 > 8 \Rightarrow 2x > -4 \Rightarrow x > -2$ dir.
ya da
 $2x+12 < -8 \Rightarrow 2x < -20 \Rightarrow x < -10$ dur.
Ç.K. = $(-\infty, -10) \cup (-2, \infty)$ dur.

3)

$a \leq |x| \leq b$ ise $a \leq x \leq b$ ya da $-b \leq x \leq -a$ dir.

Örnek:

$2 \leq |x| \leq 5$ ise $2 \leq x \leq 5$ ya da $-5 \leq x \leq -2$ dir.

Örnek:

$3 < |x-2| \leq 12$ ise
 $3 < x-2 \leq 12 \Rightarrow 5 < x \leq 14$ tür.
ya da
 $-12 \leq x-2 < -3 \Rightarrow -10 \leq x < -1$ dir.
Ç.K. = $[-10, -1) \cup (5, 14]$ tür.