TRİGONOMETRİ-1 (11.Sınıf)

AÇI, YÖNLÜ AÇI, YÖNLÜ YAY

AÇI

Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşim kümesine açı denir. Bu ışınlara açının kenarları, başlangıç noktasına ise açının köşesi denir.

YÖNLÜ AÇI

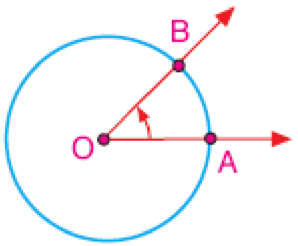
Bir açının kenarlarından birini, başlangıç kenarı; diğerini bitim kenarı olarak aldığımızda elde edilen açıya yönlü açı denir.

Açılar adlandırılırken önce başlangıç, sonra bitim kenarı yazılır.

Açının köşesi etrafında, başlangıç kenarından bitim kenarına iki türlü gidilebilir. Bunlardan biri saatin dönme yönünün tersi, ikincisi ise saatin dönme yönünün aynısıdır. Saatin dönme yönünün; tersi olan yöne pozitif yön, aynı olan yöne negatif yön denir.

Açıların yönü ok yardımıyla belirlenir.

YÖNLÜ YAYLAR



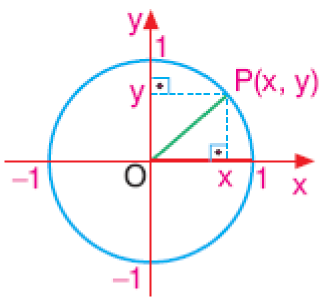
O merkezli çemberde $A\hat{O}B$ ile bu açının iç bölgesindeki noktaların kümesinin O merkezli çemberle kesişimi AB yayıdır. AB yayı, $\overset{\frown}{AB}$ biçiminde gösterilir.

$\overset{\frown}{AB}$ nın yönü olarak, AOB açısının yönü alınır. Şekildeki AOB açısının yönü pozitif olduğundan, $\overset{\frown}{AB}$ da pozitif yönlüdür.

Pozitif yönlü AB yayında A ya yayın başlangıç noktası, B ye yayın bitim noktası denir.

BİRİM ÇEMBER

Analitik düzlemde merkezi O(0, 0) (orijin) ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim (trigonometrik) çember denir.



Birim çemberin denklemi: $x^2+y^2=1$ dir.

AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Bir açının ölçüsünün büyüklüğünü veya küçüklüğünü tanımlamak için, bir ölçü birimi tanımlanmalıdır. Açıyı ölçmek, açının kolları arasındaki açıklığı belirlemek demektir.

Genellikle iki birim kullanılır. Bunlar; derece ve radyandır.

1. Derece

Bir tam çember yayının 360 eş parçasından birini gören merkez açının ölçüsüne 1 derece denir. Ve 1° ile gösterilir.

2. Radyan

Yarıçap uzunluğuna eşit uzunluktaki bir yayı gören merkez açının ölçüsüne 1 radyan denir.

Birim çemberin çevresi 360° veya 2π radyan olduğu için, 360° = 2π radyan dır.

Derece D ile radyan R ile gösterilirse,

$$\frac{D}{180}=\frac{R}{\pi}$$

ESAS ÖLÇÜ

$k\in\mathbb{Z}$ ve $a\in[0°, 360°]$ olmak üzere, birim çember üzerinde a açısı ile a + k × 360° açısı aynı noktaya karşılık gelmektedir. Buna göre,

$0°\leq\alpha\leq 360°$ ve $k\in\mathbb{Z}$ olmak üzere, ölçüsü a + k × 360° olan açının esas ölçüsü a derecedir.

Açının birimi ne olursa olsun, esas ölçü negatif yönlü olamaz. Diğer bir ifadeyle esas ölçü [0°, 360°) aralığındadır.

Derece cinsinden verilen pozitif açılarda, açı 360° ye bölünür. Elde edilen kalan esas ölçüdür.

Derece cinsinden verilen negatif yönlü açılarda, açının mutlak değeri 360° ye bölünür; kalan 360° den çıkarılarak esas ölçü bulunur.

Radyan cinsinden verilen açılarda açının içerisinden 2π nin katları atılır. Geriye kalan esas ölçüdür.

Radyan cinsinden verilen negatif yönlü açıların esas ölçüsü bulunurken, verilen açı pozitif yönlü açı gibi düşünülerek esas ölçü bulunur. Bulunan değer 2π den çıkarılır.

$\frac{a.\pi}{b}$ nin esas ölçüsü aşağıdaki yolla da bulunabilir. a sayısı b nin 2 katına bölünür. Kalan, π nin kat sayısı olarak paya yazılır payda aynen yazılır. a nın b nin 2 katına bölümünden kalan k ise $\frac{a.\pi}{b}$ nin esas ölçüsüdür.

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

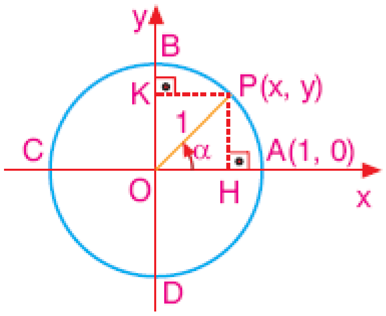
KOSİNÜS FONKSİYONU

Bir x reel sayısını cosx e dönüştüren fonksiyona kosinüs fonksiyonu denir.

$f: R \rightarrow [-1,1]$

$f(x)=\cos x$ olur.

Birim çember üzerinde P(x, y) noktası ile eşlenen açı AOP olmak üzere, P noktasının apsisine, a reel (gerçel) sayısının kosinüsü denir ve cosa ile gösterilir.



x = cosa dır. Kosinüs fonksiyonunun görüntü kümesi (aralığı), [−1, 1] dir.

Yani, her $\alpha \in \mathbb{R}$ için,

$-1 \leq \cos a \leq 1$ dir.

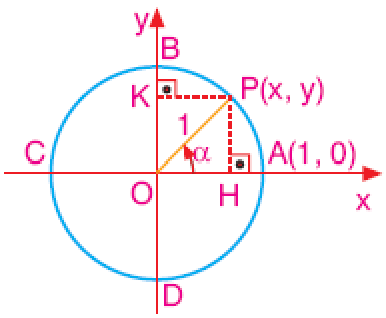
SİNÜS FONKSİYONU

Bir x reel sayısını sinx e dönüştüren fonksiyona sinüs fonksiyonu denir.

$f: R \rightarrow [-1,1]$

$f(x)=\sin x$ olur.

Birim çember üzerinde P(x, y) noktası ile eşlenen açı $m(AOP)=\alpha$ olsun. P noktasının ordinatına, a reel (gerçel) sayısının sinüsü denir ve sina ile gösterilir.



y = sina dır. Kosinüs fonksiyonunun görüntü kümesi (aralığı), [−1, 1] dir.

Yani, her $\alpha \in \mathbb{R}$ için,

$-1 \leq \sin a \leq 1$ dir.

Şekilde, A(1, 0) olduğundan, cos0° = 1 ve sin0° = 0 dır.

B(0, 1) olduğundan, cos90° = 0 ve sin90° = 1 dir.

C(−1, 0) olduğundan, cos180° = −1 ve sin180° = 0 dır.

D(0, −1) olduğundan, cos270° = 0 ve sin270° = −1 dir.

Şekilde, x = cosa, y = sina

|OK| = sina ve

|OH| = cosa olduğuna göre, OHP dik üçgeninde;

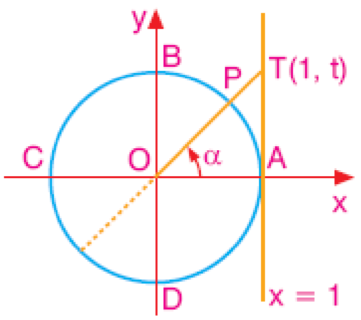
$|OH|^2 + |PH|^2 = 12$

$\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ dir.

TANJANT FONKSİYONU

Birim çember üzerinde P(x, y) noktası ile eşlenen açı $m(AOP) = \alpha$ olsun. [OP nın x = 1 doğrusunu kestiği T noktasının ordinatına, a reel (gerçel) sayısının tanjantı denir ve tana ile gösterilir.

x = 1 doğrusuna tanjant ekseni denir.

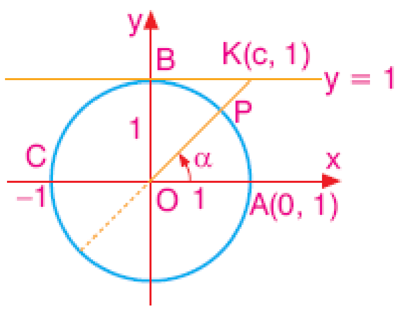


t = tana dır.

KOTANJANT FONKSİYONU

Birim çember üzerinde P(x, y) noktası ile eşlenen açı $m(AOP) = \alpha$ olsun. [OP nın y = 1 doğrusunu kestiği K noktasının apsisine, a reel (gerçel) sayısının kotanjantı denir ve cota ile gösterilir.

y = 1 doğrusuna kotanjant ekseni denir.

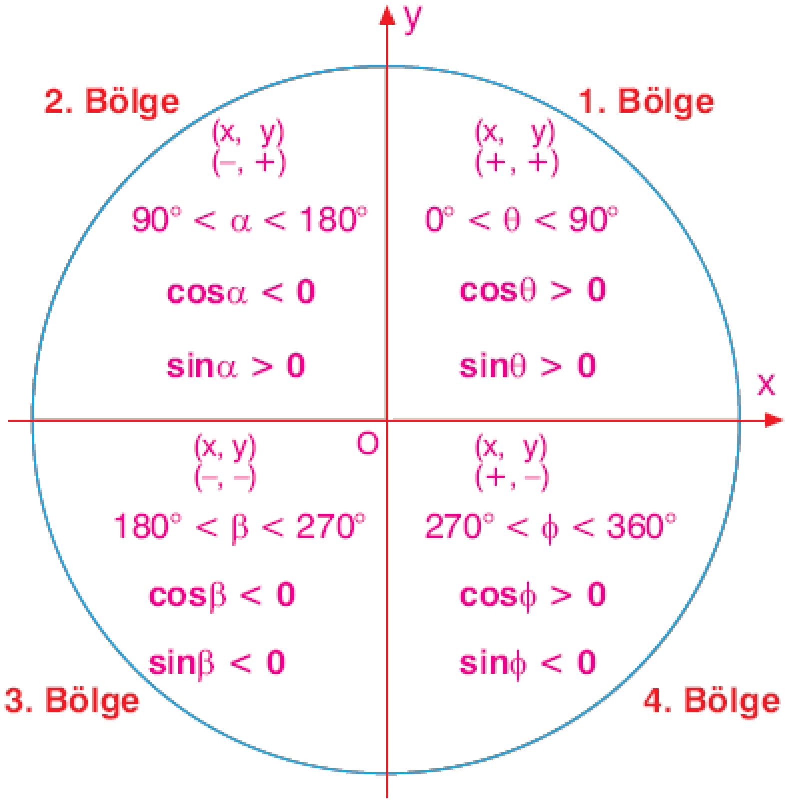


c = cota

Her $\alpha \in \mathbb{R}$ için,

$-\infty < \tan\alpha < \infty$ ve $-\infty < \cot\alpha < \infty$ dır.

Koordinat Sisteminde, Birim Çemberdeki Dört Bölgeye Göre Kosinüs ve Sinüs Fonksiyonlarının İşaretleri



- ✔ $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- ✔ $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
- ✔ $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

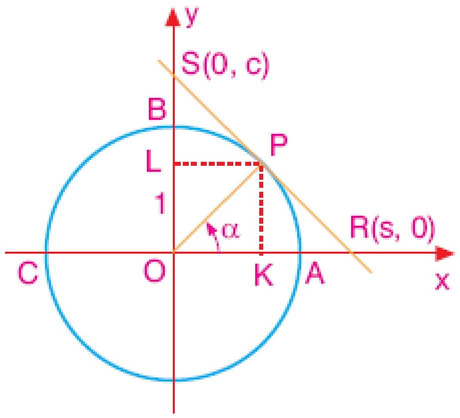
cosa nın işaretinin sina nın işaretine bölümü cota nın işaretini; sina nın işaretinin cosa nın işaretine bölümü tana nın işaretini verir. 4 bölgede de tana ile cota nın işareti aynıdır.

KOSEKANT, SEKANT FONKSİYONU

Birim çember üzerinde $m(AOP) = \alpha$ olmak üzere,

P noktasındaki teğetin y eksenini kestiği noktanın ordinatına, a reel (gerçel) sayısının kosekantı denir ve csca ile ya da coseca gösterilir.

P noktasındaki teğetin x eksenini kestiği noktanın apsisine, a reel (gerçel) sayısının sekantı denir ve seca ile gösterilir.



c = cosecas = seca

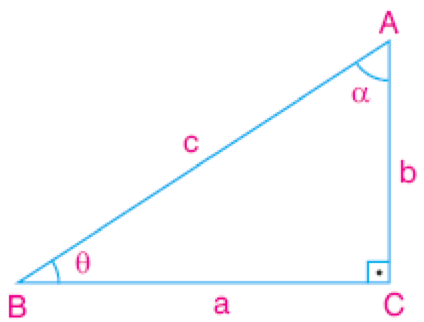
✔ $\operatorname{cosec}\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}$

✔ $\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha}$

cosecx ve secx in sonucu (−1, 1) aralığındaki sayılara eşit olamaz.

$1 + \tan^2 x = \sec^2 x + \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$

DİK ÜÇGENDE DAR AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLARI



BCA dik üçgeninde, aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz.

$$\cos\theta = \frac{\text{Komşu dik kenarın uzunluğu}}{\text{Hipotenüsün uzunluğu}} = \frac{a}{c}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{Karşı dik kenarın uzunluğu}}{\text{Hipotenüsün uzunluğu}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{Karşı dik kenarın uzunluğu}}{\text{Komşu dik kenarın uzunluğu}} = \frac{b}{a}$$

$$\cot\theta = \frac{\text{Komşu dik kenarın uzunluğu}}{\text{Karşı dik kenarın uzunluğu}} = \frac{a}{b}$$

Ölçüleri toplamı 90° olan (tümler) iki açıdan birinin sinüsü, diğerinin kosinüsüne; birinin tanjantı, diğerinin kotanjantına; birinin sekantı, diğerinin kosekantına eşittir. Buna göre,

✔ $\alpha + \theta = 90°$ ise $\sin\alpha = \cos\theta$

✔ $\alpha + \theta = 90°$ ise $\tan\alpha = \cot\theta$

✔ $\alpha + \theta = 90°$ ise $\sec\alpha = \mathrm{cosec}\,\theta$

Bazı dar açıların trigonometrik değerleri aşağıda verilmiştir. Bu değerlerin çok iyi bilinmesi soruları daha hızlı çözmenizi sağlar.

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Tanımsız

$\cos(180° \pm x)$, $\sin(180° \pm x)$, $\tan(180° \pm x)$,

$\cot(180° \pm x)$, $\cos(360° \pm x)$, $\sin(360° \pm x)$,

$\tan(360° \pm x)$, $\cot(360° \pm x)$ in özdeşi bulunurken,

x açısı; dar açı olarak kabul edilmek üzere, trigonometrik değerin hangi bölgede olduğu bulunur. Daha sonra, fonksiyonun o bölgedeki işareti belirlenir. Eşitliğin iki tarafında fonksiyonların adı aynı olur.

$\cos(90° \pm x)$, $\sin(90° \pm x)$, $\tan(90° \pm x)$, $\cot(90° \pm x)$

$\cos(270° \pm x)$, $\sin(270° \pm x)$, $\tan(270° \pm x)$,

$\cot(270° \pm x)$ in özdeşi bulunurken,

x açısı; dar açı olarak kabul edilmek üzere, trigonometrik değerin hangi bölgede olduğu bulunur. Daha sonra, fonksiyonun o bölgedeki işareti belirlenir. Eşitliğin iki tarafında fonksiyonların adı farklı olur. Bu farklılık, sinüs için kosinüs, kosinüs için sinüs, tanjant için kotanjant, kotanjant için de tanjanttır.

✔ $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$

✔ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$

✔ $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cot\theta$

✔ $\cot\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\tan\theta$

✔ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$

✔ $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$

✔ $\cot\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)=\tan\theta$

✔ $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)=-\cos\theta$

✔ $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)=\sin\theta$

✔ $\tan\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)=-\cot\theta$

✔ $\cot\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)=-\tan\theta$

✔ $\sin(2\pi-\theta)=-\sin\theta$

✔ $\cos(2\pi-\theta)=\cos\theta$

✔ $\tan(2\pi-\theta)=-\tan\theta$

✔ $\sin(-\theta)=-\sin\theta$

✔ $\cos(-\theta)=\cos\theta$

✔ $\tan(-\theta)=\frac{\sin(-\theta)}{\cos(-\theta)}=\frac{-\sin\theta}{\cos\theta}=-\tan\theta$

✔ $\cot(-\theta)=\frac{\cos(-\theta)}{\sin(-\theta)}=\frac{\cos\theta}{-\sin\theta}=-\cot\theta$

- ✔ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\cot\theta$
- ✔ $\cot\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\tan\theta$
- ✔ $\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$
- ✔ $\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$
- ✔ $\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$
- ✔ $\cot(\pi-\theta)=-\cot\theta$
- ✔ $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$
- ✔ $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$
- ✔ $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$
- ✔ $\cot(\pi+\theta)=\cot\theta$
- ✔ $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)=-\cos\theta$
- ✔ $\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)=-\sin\theta$
- ✔ $\tan\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)=\cot\theta$

PERİYODİK FONKSİYONLAR

f, A kümesinden B kümesine tanımlı bir fonksiyon olsun.

$f:\ A \rightarrow B$

Her $x \in A$ için f(x+T)=f(x)

olacak şekilde sıfırdan farklı en az bir T reel sayısı varsa; f fonksiyonuna periyodik fonksiyon, $T \neq 0$ reel sayısına f nin periyodu denir. Bu eşitliği gerçekleyen birden fazla T reel sayısı varsa, bunların pozitif olanlarının en küçüğüne f fonksiyonunun esas periyodu denir.

f(x) in esas periyodu T ise, k tam sayı olmak üzere,

f(x) in periyodu k × T dir.

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN PERİYOTLARI

Her $x \in \mathbb{R}$ ve $k \in \mathbb{Z}$ için,

$$\sin(x + 2k\pi) = \sin x,$$

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos x,$$

$$\tan(x + \pi k) = \tan x,$$

$$\cot(x + \pi k) = \cot x$$

olduğu için sinx, cosx, tanx ve cotx fonksiyonları periyodiktir.

sinx ve cosx fonksiyonlarının periyodu $2k\pi$, tanx ve cotx fonksiyonlarının periyodu $k\pi$ dir.

sinx ve cosx fonksiyonlarının esas periyodu (k = 1 için) 2π; tanx ve cotx fonksiyonlarının esas periyodu π dir.

a, b, c, d birer reel sayı ve m pozitif tam sayı olmak üzere,
$f(x) = a + b.\sin^m(cx + d),\ g(x) = a + b.\cos^m(cx + d)$ fonksiyonlarının esas periyotları T olsun.

Bu durumda,

$$T = \begin{cases} \dfrac{2\pi}{|c|}, & m \text{ tek ise} \\[2ex] \dfrac{\pi}{|c|}, & m \text{ çift ise} \end{cases}$$

olur.

a, b, c, d birer reel sayı ve m pozitif tam sayı olmak üzere,
$f(x) = a + b.\tan^m(cx + d),\ g(x) = a + b.\cot^m(cx + d)$ fonksiyonlarının esas periyotları T olsun.

Bu durumda,

$T = \frac{\pi}{|c|}$ dir.

$f(x)=g(x)\pm h(x)$ fonksiyonlarının esas periyodu, g(x) ve h(x) fonksiyonlarının esas periyotlarının en küçük ortak katına (e.k.o.k. una) eşittir.

$$\text{E.k.o.k.}\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)=\frac{\text{E.k.o.k.}(a;c)}{\text{E.b.o.b.}(b;d)}$$

Buradaki kesirleri en sade biçimde olmalıdır.

f(x) = h(x) × g(x) olmak üzere, f(x) in esas periyodu, h(x) ve g(x) fonksiyonlarının esas periyotlarının en küçük ortak katına (e.k.o.k. una) eşit olmayabilir. Eğer, f(x) = h(x) × g(x) in esas periyodu bulunacaksa, f(x) i fonksiyonların toplamı biçiminde yazarız. Sonrada toplanan fonksiyonların esas periyotlarının en küçük ortak katı alınır. Yukarıdaki açıklamalar bölünen fonksiyonlar için de geçerlidir.

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

Trigonometrik fonksiyonların grafikleri çizilirken,

1. Fonksiyonun esas periyodu bulunur.

2. Bulunan periyoda uygun bir aralık seçilir.

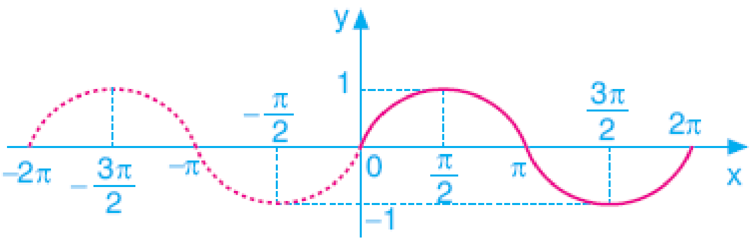
3. Seçilen aralıkta fonksiyonun değişim tablosu yapılır. Bunun için, fonksiyonun bazı özel reel sayılarda alacağı değerlerin tablosu yapılır. Tabloda fonksiyonun aldığı değer bir sonraki aldığı değerden küçük ise (aldığı değer artmış ise) o aralığa $\nearrow$ sembolünü yazarız. Eğer, fonksiyonun aldığı değer bir sonraki aldığı değerden büyük ise (aldığı değer azalmış ise) o aralığa $\searrow$ sembolünü yazarız.

4. Seçilen bir periyotluk aralıkta fonksiyonun grafiği çizilir. Oluşan grafik, fonksiyonun periyodu aralığında tekrarlanacağı unutulmamalıdır.

A. SİNÜS FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

$f: \mathbb{R} \to [-1,1], \quad f(x)=\sin x$

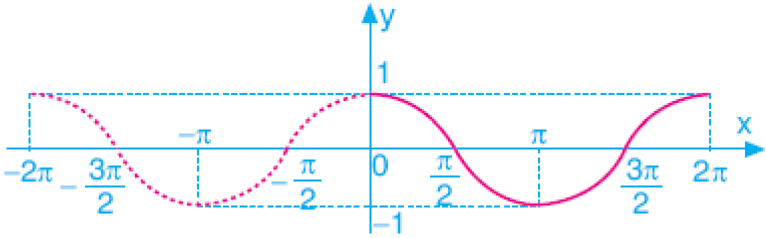
fonksiyonunun grafiği aşağıda çizilmiştir.



B. KOSİNÜS FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

$f: \mathbb{R} \to [-1,1], \quad f(x)=\cos x$

fonksiyonunun grafiği aşağıda çizilmiştir.



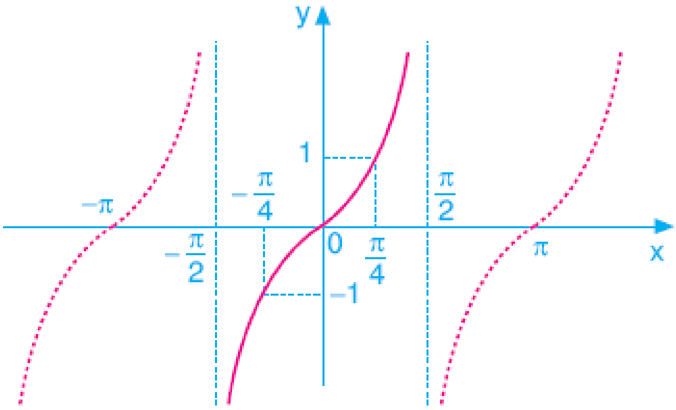
$f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$ fonksiyonu bire bir ve örtendir.

$f: [0, \pi] \to [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ fonksiyonu bire bir ve örtendir.

TANJANT FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığında, $f(x) = \tan x$

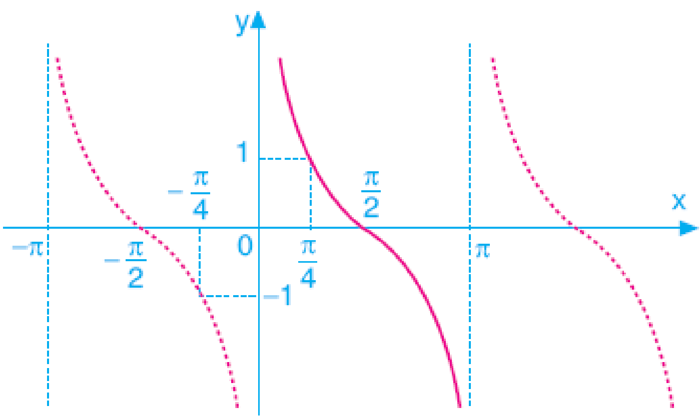
fonksiyonunun grafiği kesiksiz olarak çizilmiştir.



KOTANJANT FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

$[0, \pi]$ aralığında, $f(x) = \cot x$

fonksiyonunun grafiği kesiksiz olarak çizilmiştir.



$f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \tan x$ fonksiyonu bire bir ve örtendir.

$f: [0, \pi] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \cot x$ fonksiyonu bire bir ve örtendir.

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

ARKSİNÜS FONKSİYONU

f(x) = sinx fonksiyonunun tanım aralığı $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ alınırsa bu fonksiyon bire bir ve örten olur.

Bu durumda,

$f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to [-1,1]$

f(x)=sinx

fonksiyonunun tersi,

$f^{-1}(x) = \sin^{-1} x$ veya $f^{-1}(x) = \arcsin x$ şeklinde gösterilir ve

$\arcsin x: [-1,1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ dir.

ARKKOSİNÜS FONKSİYONU

f(x) = cosx fonksiyonunun tanım aralığı $[0, \pi]$ alınırsa bu fonksiyon bire bir ve örten olur.

Bu durumda,

$f: [0, \pi] \to [-1,1]$

f(x)=cosx

fonksiyonunun tersi,

$f^{-1}(x) = \cos^{-1} x$ veya $f^{-1}(x) = \arccos x$ şeklinde gösterilir ve

$\arccos x: [-1,1] \to [0, \pi]$ dir.

ARKTANJANT FONKSİYONU

f(x) = tanx fonksiyonunun tanım aralığı $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ alınırsa bu fonksiyon bire bir ve örten olur.

Bu durumda,

$f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$

f(x)=tanx

fonksiyonunun tersi,

$f^{-1}(x)=\tan^{-1}x$ veya $f^{-1}(x)=\arctan x$ şeklinde gösterilir ve

$\arctan x:\ \mathbb{R}\rightarrow\left(-\frac{\pi}{2}\ ,\ \frac{\pi}{2}\right)$ dir.

ARKKOTANJANT FONKSİYONU

f(x) = cotx fonksiyonunun tanım aralığı $[0\ ,\ \pi]$ alınırsa bu fonksiyon bire bir ve örten olur.

Bu durumda,

$f:\ [0\ ,\ \pi]\rightarrow\mathbb{R}$

f(x)=cotx

fonksiyonunun tersi,

$f^{-1}(x)=\cot^{-1}x$ veya $f^{-1}(x)=\mathrm{arccot}\,x$ şeklinde gösterilir ve

$\arccos x:\ \mathbb{R}\rightarrow[0,\ \pi]$ dir.

Bir fonksiyonun ters fonksiyonunun ters fonksiyonu fonksiyonun kendisine eşittir.

sin(arcsinx) = x tir.

cos(arccosx) = x tir.

tan(arctanx) = x tir.

cot(arccotx) = x tir.

q = arcsinx ise, x = sinq dır.

q = arccosx ise, x = cosq dır.

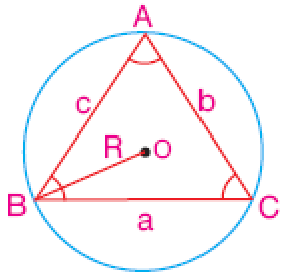
q = arctanx ise, x = tanq dır.

q = arccotx ise, x = cotq dır.

ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK BAĞINTILAR

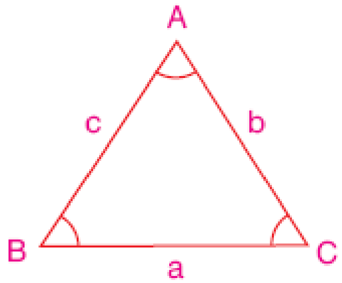
SİNÜS TEOREMİ

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c; çevrel çemberinin yarıçapı R birim olmak üzere,



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

KOSİNÜS TEOREMİ



Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları; a, b, c olmak üzere,

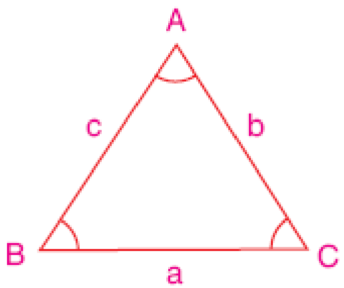
$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C$

ÜÇGENİN ALANI

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları; a, b, c olmak üzere,



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{2}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot c \cdot \sin B}{2}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$$

Kaynak: www.derscalisiyorum.com.tr Düzenleme: www.matematikkolay.net