

ÇARPANLARA AYIRMA ÇÖZÜMLÜ TEST 1

SORU:

- 1) $(x-y)^2 + 3(y-x)$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $-x+y+2$ B) $x-y-3$ C) $-2x+y$
D) $x-y+3$ E) $x-2y$

ÇÖZÜM:

- 1) $(x-y)^2 + 3(y-x)$ ifadesini düzenleyip, ortak paranteze almaya çalışalım.
- $$(x-y)^2 + 3(y-x) = (x-y)(x-y) - 3(x-y)$$
- $$= (x-y)(x-y-3)$$
- B şıkkında $x-y-3$ çarpanı vardır.
Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

- 2) $a^6 - a^4 + a^2 - 1$
ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $a^3 + 1$ B) $a^4 + a$ C) $a^4 + 1$
D) $a^4 - 1$ E) $a^2 + 1$

ÇÖZÜM:

- 2) İfadeyi ikili ikili gruplandırarak çarpanlarına ayırmaya çalışalım.
- $$\underbrace{a^6 - a^4} + a^2 - 1 = a^4(a^2 - 1) + (a^2 - 1)$$
- $$= (a^2 - 1)(a^4 + 1) \text{ bulunur.}$$
- C şıkkında $(a^4 + 1)$ çarpanı var.
Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

3) $a - b = 5$

$x - y = 3$

olduğuna göre, $ax + by - ay - bx$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 25 C) 27 D) 45 E) 60

ÇÖZÜM:

3) $ax + by - ay - bx$ ifadesini ikili ikili gruplayalım.

$$\underbrace{ax - bx} + \underbrace{by - ay} = x(a - b) - y(a - b)$$

$$= (a - b) \cdot (x - y)$$

$$= 5 \cdot 3 = 15 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap : A şıkkı

SORU:

4) $x^2 + xy = 20$

$y^2 + xy = 5$

olduğuna göre, $x - y$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

4) Eşitliği taraf tarafa toplarsak, buradan $x + y$ nin karesini elde ederiz.

$$x^2 + xy = 20$$

$$+ y^2 + xy = 5$$

$$\underbrace{x^2 + 2xy + y^2}_{(x+y)^2} = 25 \Rightarrow (x + y)^2 = 25 \text{ ise}$$

$x + y = 5$ bulunur.

Denklem sisteminde çıkarma yaparsak, buradan iki kare farkı elde ederiz.

$$x^2 + xy = 20$$

$$- y^2 + xy = 5$$

$$x^2 - y^2 = 15 \Rightarrow (x - y) \cdot \underbrace{(x + y)}_5 = 15 \text{ tir.}$$

Buradan da $x - y = 3$ bulunur.

Doğru Cevap : C şıkkı

SORU:

- 5) $x - y = 3$ ve $x^2 + y^2 = 29$
olduğuna gore, $x + y$ nin pozitif değeri kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ZM:

- 5) $(x - y)$ nin karesini alarak zme başlayalım.

$$\begin{aligned}(x - y) = 3 &\Rightarrow (x - y)^2 = 3^2 \\ &\Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 9 \\ &\Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2}_{29} - 2xy = 9 \\ &\Rightarrow 29 - 2xy = 9 \\ &2xy = 20 \\ &xy = 10 \text{ dur.}\end{aligned}$$

şimdi $(x + y)$ nin karesini hesaplayabiliriz.

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{29} + \underbrace{2xy}_{10} \\ &= 29 + 2 \cdot 10 = 29 + 20 = 49\end{aligned}$$

$$(x + y)^2 = 49 \Rightarrow x + y = 7 \text{ olabilir.}$$

Doğru Cevap : E şıkkı

SORU:

- 6) $a - \frac{3}{a} = 5$
olduğuna gore, $a + \frac{3}{a}$ nın pozitif değeri kaçtır?
A) $\sqrt{19}$ B) $\sqrt{21}$ C) $\sqrt{31}$ D) $\sqrt{33}$ E) $\sqrt{37}$

ÇÖZÜM:

6) Bu soruda tam kare özdeşliklerinden yararlanalım.

$$a - \frac{3}{a} = 5 \Rightarrow \left(a - \frac{3}{a}\right)^2 = (5)^2$$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{3}{a} + \left(\frac{3}{a}\right)^2 = 25$$

$$a^2 - 6 + \frac{9}{a^2} = 25$$

$$a^2 + \frac{9}{a^2} = 31 \text{ dir.}$$

Soruda istenen $a + \frac{3}{a}$ ifadesinin karesini yukarıdaki eşitlikten elde edebiliriz.

$a + \frac{3}{a}$ 'nın tam karesini yazalım.

$$\left(a + \frac{3}{a}\right)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{3}{a} + \frac{9}{a^2}$$

$$\left(a + \frac{3}{a}\right)^2 = a^2 + 6 + \frac{9}{a^2}$$

$$\left(a + \frac{3}{a}\right)^2 = a^2 + \underbrace{\frac{9}{a^2}}_{31} + 6$$

$$\left(a + \frac{3}{a}\right)^2 = 37$$

$$a + \frac{3}{a} = \sqrt{37} \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

7) $4x^2 - 7x - 4 = 0$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ toplamının değeri kaç – tır?

- A) $\frac{49}{16}$ B) $\frac{81}{16}$ C) $\frac{81}{49}$ D) $\frac{91}{49}$ E) $\frac{81}{25}$

ÇÖZÜM:

7) Eşitliğin her iki tarafını $4x$ 'e bölelim.

$$\frac{4x^2 - 7x - 4}{4x} = \frac{0}{4x}$$

$$\frac{4x^2}{4x} - \frac{7x}{4x} - \frac{4}{4x} = 0$$

$$x - \frac{7}{4} - \frac{1}{x} = 0$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{7}{4} \quad (\text{Her iki tarafın karesini alalım.})$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{49}{16}$$

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{49}{16}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{49}{16} + 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{49+32}{16} = \frac{81}{16} \quad \text{buluruz.}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

8) $a^2 + b^2 + c^2 = 11$

$$ab + ac + bc = 7$$

olduğuna göre, $a + b + c$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

ÇÖZÜM:

8) 3 terimli bir ifadenin tam karesini gösteren özdeşlikten yararlanalım.

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2.(ab + ac + bc)$$

$$(a + b + c)^2 = \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{11} + 2.\underbrace{(ab + ac + bc)}_7$$

$$(a + b + c)^2 = 11 + 2 \cdot 7$$

$$(a + b + c)^2 = 11 + 14$$

$$(a + b + c)^2 = 25$$

$$a + b + c = 5 \quad \text{buluruz.}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

9) $x^2 - 9y^2 = 48$

$x + 3y = 12$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

ÇÖZÜM:

9) İki kare farkı özdeşliğinden yararlanalım.

(Not: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$)

$$x^2 - 9y^2 = 48 \Rightarrow x^2 - (3y)^2 = 48$$

$$(x - 3y)(x + 3y) = 48$$

$x - 3y = 4$ bulunur.

$$x + 3y = 12$$

$$x - 3y = 4$$

$$2x = 16$$

$$x = 8 \text{ dir.}$$

Buna göre; $8 + 3y = 12 \Rightarrow 3y = 4$

$$\Rightarrow y = \frac{4}{3} \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

10) $x - y = 24$ ve

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 4$$

olduğuna göre, $x + y$ kaçtır?

- A) 22 B) 26 C) 28 D) 32 E) 35

ÇÖZÜM:

10) İki kare farkından yararlanalım.

$$x - y = 24 \Rightarrow \underbrace{(\sqrt{x} - \sqrt{y})}_4 \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 24$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} = 6 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 6 \\ + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 4 \\ \hline 2\sqrt{x} = 10 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25 \text{ dir.} \end{array}$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 6 \Rightarrow 5 + \sqrt{y} = 6 \Rightarrow y = 1 \text{ dir.}$$

Buna göre, $x + y = 25 + 1 = 26$ buluruz.

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

11) $\sqrt{98.102 + 4}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 94 B) 96 C) 98 D) 100 E) 102

ÇÖZÜM:

11) Bu soruyu çözerken iki kare farkından yararlanalım.

$$\begin{aligned} \sqrt{98.102 + 4} &= \sqrt{(100 - 2) \cdot (100 + 2) + 4} \\ &= \sqrt{100^2 - 2^2 + 4} \\ &= \sqrt{100^2 - 4 + 4} \\ &= \sqrt{100^2} \\ &= 100 \text{ buluruz.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

12) $a - b = b - c = 8$

olduğuna göre, $a^2 + c^2 - 2b^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 64 B) 72 C) 96 D) 108 E) 128

ÇÖZÜM:

12) $a^2 + c^2 - 2b^2$ ifadesini düzenleyip, iki kare farkından yararlanalım.

$$a^2 + c^2 - 2b^2 = a^2 - b^2 + c^2 - b^2$$

$$\underbrace{a^2 - b^2} - \underbrace{(b^2 - c^2)}$$

$$(a-b)(a+b) - (b-c)(b+c)$$

$$\begin{matrix} 8 & & 8 \\ 8(a+b) & - & 8(b+c) \end{matrix}$$

$$8(a+b-b-c)$$

$$8.(a-c)$$

$$\begin{array}{r} a-b=8 \\ + b-c=8 \\ \hline a-c=16 \end{array}$$

$8.(a-c) = 8.16 = 128$ buluruz.

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

13) $x = \sqrt[3]{6} - 1$

olduğuna göre, $x^3 + 3x^2 + 3x - 3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

13) İki terimin toplamının küpü formülünden yararlanalım.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Buna göre;

$$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \text{ dir.}$$

Soruda istenen $x^3 + 3x^2 + 3x - 3$ idi.

$$x^3 + 3x^2 + 3x - 3 = \underbrace{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} - 4$$

$$= (x+1)^3 - 4 \quad (x = \sqrt[3]{6} - 1 \text{ idi.})$$

$$= (\sqrt[3]{6} - 1 + 1)^3 - 4$$

$$= (\sqrt[3]{6})^3 - 4$$

$$= 6 - 4$$

$$= 2 \text{ buluruz}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

14) $x^3 - 3x^2y = 75$

$y^3 - 3xy^2 = 11$

olduğuna gore, $x - y$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ZM:

14) İki terimin farkının küpü formülünden yararlanalım.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Buna gore;

$$x^3 - 3x^2y = 75$$

$$- y^3 - 3xy^2 = 11$$

$$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 75 - 11$$

$$(x - y)^3 = 64$$

$$x - y = 4 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap : D Şıkkı

SORU:

15) $a + b = 4$

$a^2 + b^2 = 8$

olduğuna gore, $a^3 + b^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

ÇÖZÜM:

15) İki küp toplamı;

$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2) \text{ dir.}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

Bilmiyoruz

Bu eşitlikte ab çarpımını bilmiyoruz. Bunu $(a+b)$ nin tam karesinden bulmaya çalışalım.

$$(a+b) = 4$$

$$(a+b)^2 = 16$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 16$$

$$\underbrace{a^2 + b^2}_8 + 2ab = 16$$

$$2ab = 8$$

$$ab = 4 \text{ dir. Buna göre;}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = \underbrace{(a+b)}_4 \cdot \underbrace{(a^2 + b^2 - ab)}_8$$

$$a^3 + b^3 = 4 \cdot (8 - 4)$$

$$a^3 + b^3 = 4 \cdot 4 = 16 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

16) $x - \frac{3}{x} = 2$

olduğuna göre, $x^3 - \frac{27}{x^3}$ kaçtır?

- A) 26 B) 30 C) 34 D) 38 E) 40

ÇÖZÜM:

16) $x^3 - \frac{27}{x^3}$ ifadesini iki küp farkından yararlanarak bulalım.

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

Buna göre;

$$\begin{aligned}x^3 - \frac{27}{x^3} &= \left(x - \frac{3}{x}\right)^3 + 3x \frac{3}{x} \left(x - \frac{3}{x}\right) \\ &= \left(x - \frac{3}{x}\right)^3 + 9 \left(x - \frac{3}{x}\right) \\ &= (2)^3 + 9(2) \\ &= 8 + 18 \\ &= 26 \text{ buluruz.}\end{aligned}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

17) $4^x - 2^{x+1} - 15$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^x + 3$ B) $2^x - 4$ C) $2^x + 6$
D) $2^x - 1$ E) $2^x + 1$

ÇÖZÜM:

17) $4^x - 2^{x+1} - 15$ ifadesini daha rahat çarpanlarına ayırabilmek için, $a = 2^x$ diyerek değişken değiştirelim. Buna göre;

$$\begin{aligned}4^x - 2^{x+1} - 15 &= (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - 15 \\ &= a^2 - 2a - 15 \\ &\quad a \quad -5 \\ &\quad a \quad 3 \\ &= (a-5)(a+3) \quad (a=2^x) \\ &= (2^x - 5)(2^x + 3) \text{ buluruz.}\end{aligned}$$

$2^x + 3$ çarpanı A şıkkında vardır.

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

- 18) $A = x^2 - 6x + 15$
ifadesinin en küçük değeri kaçtır?
A) 2 B) 6 C) 12 D) 15 E) 18

ÇÖZÜM:

- 18) $A = x^2 - 6x + 15$ ifadesinin içindeki tam kare ifadeyi bulalım.

$$x^2 - 6x + 15 = \underbrace{x^2 - 6x + 9}_{\text{Tam kare}} + 6$$
$$= \underbrace{(x-3)^2}_{\text{en az 0}} + 6 \Rightarrow \text{En küçük 6 olabilir.}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

- 19) $x^2 + 4y^2 - 8x + 12y + 25 = 0$
olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?
A) -16 B) -12 C) -6 D) 4 E) 18

ÇÖZÜM:

- 19) $x^2 + 4y^2 - 8x + 12y + 25 = 0$ eşitliğinde iki tane tam kare ifade bulmaya çalışalım.

$$x^2 + 4y^2 - 8x + 12y + 25 = 0$$

$$x^2 + 4y^2 - 8x + 12y + 9 + 16 = 0$$

$$\underbrace{x^2 - 8x + 16}_0 + \underbrace{4y^2 + 12y + 9}_0 = 0$$

$$\underbrace{(x-4)^2}_0 + \underbrace{(2y+3)^2}_0 = 0$$

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$2y + 3 = 0 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Buna göre; } x.y = 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -6 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

20)
$$\frac{a^2b + ab^2 - ab}{a^2 + ab - a}$$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - b$ B) b C) a
D) $b - a$ E) $a + b$

ÇÖZÜM:

20) Ortak paranteze alarak çözüme başlayalım.

$$\begin{aligned} \frac{a^2b + ab^2 - ab}{a^2 + ab - a} &= \frac{ab(a + b - 1)}{a(a + b - 1)} \\ &= \frac{\cancel{ab(a + b - 1)}}{\cancel{a(a + b - 1)}} = b \text{ buluruz.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: B şıkkı