

KÖKLÜ SAYILAR ÇÖZÜMLÜ SORULARI - 2

SORU:

1) $\frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{10}{\sqrt{5}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$ C) $\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$
D) $2\sqrt{2} + 5\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{2} + 10\sqrt{5}$

ÇÖZÜM:

- 1) Toplama işlemini yapabilmek için ilk önce kesirlerin paydasını rasyonel yapalım. Bunun için köklü sayıları, kökten çıkaracak şekilde kendileri ile çarparak genişletelim;

$$\frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} + \frac{10\sqrt{5}}{5}$$
$$= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} \text{ olarak buluruz.}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

2) $\frac{3}{2-\sqrt{3}} + \frac{4}{3-\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $3 + 2\sqrt{3}$ B) $5 + \sqrt{3}$ C) $8 + \frac{11}{3}\sqrt{3}$
D) $3 + \frac{8}{3}\sqrt{3}$ E) $2 + \frac{7}{3}\sqrt{3}$

ÇÖZÜM:

- 2) Paydaların rasyonel hale getirilmesi gerekiyor.
Bunun için paydadaki köklü sayılar eşlenikleri ile genişletilmelidir.

$2 - \sqrt{3}$ ün eşleniği $2 + \sqrt{3}$ tür.

$$(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1 \text{ dir.}$$

$3 + \sqrt{3}$ ün eşleniği $3 - \sqrt{3}$ tür.

$$(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = 3^2 - (\sqrt{3})^2 = 9 - 3 = 6 \text{ dır.}$$

Buna göre;

$$\begin{aligned} \frac{3}{2 - \sqrt{3}} + \frac{4}{3 - \sqrt{3}} &= \frac{3(2 + \sqrt{3})}{1} + \frac{4(3 + \sqrt{3})}{6} \\ &= \frac{6 + 3\sqrt{3}}{1} + \frac{12 + 4\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{6 + 3\sqrt{3}}{1} + \frac{12 + 4\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{36 + 18\sqrt{3} + 12 + 4\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{48 + 22\sqrt{3}}{6} \\ &= \frac{48}{6} + \frac{22\sqrt{3}}{6} \\ &= 8 + \frac{11}{3}\sqrt{3} \text{ olarak buluruz.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

3) $\frac{1}{4 - 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4 + 2\sqrt{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

3) Kesirleri, köklü ifadelerin eşlenikleri ile genişleterek çözüme başlayalım;

$$\begin{aligned}\frac{1}{4-2\sqrt{3}} + \frac{1}{4+2\sqrt{3}} &= \frac{4+2\sqrt{3}}{4^2-(2\sqrt{3})^2} + \frac{4-2\sqrt{3}}{4^2-(2\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{4+2\sqrt{3}}{16-4\cdot 3} + \frac{4-2\sqrt{3}}{16-4\cdot 3} \\ &= \frac{4+2\sqrt{3}}{16-12} + \frac{4-2\sqrt{3}}{16-12} \\ &= \frac{4+2\sqrt{3}}{4} + \frac{4-2\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{8}{4} = 2 \text{ olarak buluruz.}\end{aligned}$$

Doğru Cevap : B şıkkı

SORU:

4) $\frac{1}{\sqrt[4]{32}-2}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sqrt[4]{2}-1)\cdot(\sqrt{2}-1)$ B) $(\sqrt[4]{2}-1)\cdot(\sqrt{2}+1)$

C) $(\sqrt[4]{2}+1)\cdot(\sqrt{2}+1)$ D) $\frac{(\sqrt[4]{2}+1)\cdot(\sqrt{2}-1)}{8}$

E) $\frac{(\sqrt[4]{2}+1)\cdot(\sqrt{2}-1)}{2}$

ÇÖZÜM:

- 4) Kesrin paydasını eşleniği ile genişleterek çözüme başlayalım,

$$\frac{1}{\sqrt[4]{32}-2} = \frac{(\sqrt[4]{32}+2)}{(\sqrt[4]{32})^2-2^2} = \frac{\sqrt[4]{32}+2}{\sqrt{32}-4}$$

Kesri tekrar paydanın eşleniği ile genişletelim,

$$\frac{\sqrt[4]{32}+2}{\sqrt{32}-4} = \frac{(\sqrt[4]{32}+2)(\sqrt{32}-4)}{32-16}$$
$$= \frac{(\sqrt[4]{32}+2)(\sqrt{32}-4)}{16}$$

Köklü ifadelerin içerisinde değerleri dışarıya çıkarmaya çalışalım,

$$= \frac{(\sqrt[4]{2^4 \cdot 2}+2)(\sqrt{4^2 \cdot 2}-4)}{16}$$
$$= \frac{(2 \cdot \sqrt[4]{2}+2)(4 \cdot \sqrt{2}-4)}{16} \quad (\text{Ortak parantez})$$
$$= \frac{2 \cdot (\sqrt[4]{2}+1) \cdot 4(\sqrt{2}-1)}{16}$$
$$= \frac{8 \cdot (\sqrt[4]{2}+1) \cdot (\sqrt{2}-1)}{16}$$
$$= \frac{(\sqrt[4]{2}+1) \cdot (\sqrt{2}-1)}{2}$$

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

5) $\frac{\sqrt{24}-\sqrt{12}-\sqrt{8}+2}{\sqrt{3}-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}-2$ B) $\sqrt{3}-2$ C) $2\sqrt{3}-1$
D) $2\sqrt{2}-2$ E) $3\sqrt{2}-2$

ÇÖZÜM:

$$5) \frac{\sqrt{24} - \sqrt{12} - \sqrt{8} + 2}{\sqrt{3} - 1}$$

ifadesinin payında yer alan köklü ifadeleri iki iki ortak paranteze alalım,

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{12} \cdot (\sqrt{2} - 1) - \sqrt{2^2 \cdot 2} + 2}{\sqrt{3} - 1} &= \frac{\sqrt{12} \cdot (\sqrt{2} - 1) - 2 \cdot \sqrt{2} + 2}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \frac{\sqrt{12} \cdot (\sqrt{2} - 1) - 2(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{12} - 2)}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{2^2 \cdot 3} - 2)}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1) \cdot (2\sqrt{3} - 2)}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - 1) \cdot 2 \cdot (\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} = 2 \cdot (\sqrt{2} - 1) \end{aligned}$$

= $2\sqrt{2} - 2$ olarak buluruz

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

$$6) \sqrt{\sqrt{17} - 3} \cdot \sqrt{\sqrt{17} + 3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{17}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{14}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{2}$

ÇÖZÜM:

6) Köklü ifadelerin dereceleri aynı olduğundan çarpma işlemini kök içerisinde yapabiliriz.

$$\begin{aligned} \sqrt{\sqrt{17} - 3} \cdot \sqrt{\sqrt{17} + 3} &= \sqrt{(\sqrt{17} - 3) \cdot (\sqrt{17} + 3)} \\ &= \sqrt{(\sqrt{17})^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{17 - 9} \\ &= \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ buluruz.} \end{aligned}$$

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

$$7) (\sqrt{15} + \sqrt{13})^{22} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13})^{23}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{21} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13})$ B) $2^{22} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13})$
C) $2^{23} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13})$ D) $2^{22} \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{13})$
E) $2^{23} \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{13})$

ÇÖZÜM:

- 7) Üssü 23 olan parantezden bir çarpan ayırarak diğer parantezle üssün aynı olmasını sağlayalım,

$$= (\sqrt{15} + \sqrt{13})^{22} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13})^{2 \cdot 3}$$
$$= (\sqrt{15} + \sqrt{13})^{22} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13})^{22} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13})$$

Üsleri aynı olan parantezlerin içini kendi aralarında çarpabiliriz. Buna göre;

$$= \underbrace{\left((\sqrt{15} + \sqrt{13}) \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13}) \right)^{22}}_{\text{iki kare farkı}} (\sqrt{15} - \sqrt{13})$$
$$= \left((\sqrt{15})^2 - (\sqrt{13})^2 \right)^{22} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13})$$
$$= (15 - 13)^{22} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13})$$
$$= 2^{22} \cdot (\sqrt{15} - \sqrt{13}) \text{ olarak buluruz.}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

- 8) $\sqrt{7 - \sqrt{48}} + \sqrt{3}$
işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

- 8) Not: $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}$ ($a = x + y$, $b = x \cdot y$)
Bu eşitliği kullanabilmek için $\sqrt{48}$ i $2\sqrt{b}$ şeklinde yazalım,

$$\sqrt{48} = \sqrt{4 \cdot 12} = 2\sqrt{12} \text{ dir. Buna göre;}$$

$$\sqrt{7 - \sqrt{48}} + \sqrt{3} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} + \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{4 - 2\sqrt{3} + 3}$$
$$= \sqrt{4 - \sqrt{3} + \sqrt{3}}$$
$$= \sqrt{4} = 2 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

9) $\sqrt{5 + \sqrt{24}} + \sqrt{11 - 2\sqrt{24}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{8}$ D) $\sqrt{24}$ E) $2\sqrt{2}$

ÇÖZÜM:

9) $\sqrt{5 + \sqrt{24}}$ ifadesindeki $\sqrt{24}$ ü $2\sqrt{6}$ şeklinde yazarak sorunun çözümünde $\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}}$ biçimini kullanalım.

Buna göre;

$$\begin{aligned}\sqrt{5 + \sqrt{24}} + \sqrt{11 - 2\sqrt{24}} &= \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{11 - 2\sqrt{24}} \\ &\quad \begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2+3 & 2.3 & 8+3 & 8.3 \end{array} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{8} - \sqrt{3} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{8} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{4.2} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \text{ olarak bulunur.}\end{aligned}$$

Doğru Cevap : A şıkkı

SORU:

10) $\sqrt{6 + \sqrt{11}} + \sqrt{6 - \sqrt{11}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $6\sqrt{11}$ B) $\sqrt{11}$ C) $2\sqrt{11}$ D) 12 E) $\sqrt{22}$

ÇÖZÜM:

- 10) Sorunun çözümünde $\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}}$ biçiminden yararlanmak için verilen ifadeyi $\sqrt{2}$ ile çarpıp $\sqrt{2}$ ye bölelim,

$$\begin{aligned}\sqrt{6+\sqrt{11}}+\sqrt{6-\sqrt{11}} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{6+\sqrt{11}}+\sqrt{6-\sqrt{11}}\right) \\ &= \frac{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{6+\sqrt{11}}+\sqrt{6-\sqrt{11}}\right)}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{12+2\sqrt{11}}+\sqrt{12-2\sqrt{11}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{\underset{\downarrow}{11+1}+\underset{\downarrow}{11\cdot 1}}+\sqrt{\underset{\downarrow}{11+1}-\underset{\downarrow}{11\cdot 1}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{11}+\sqrt{1}+\sqrt{11}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{11}}{2} \\ &= \sqrt{2}\cdot\sqrt{11} = \sqrt{22} \text{ buluruz.}\end{aligned}$$

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

- 11) $\sqrt[4]{3^3\sqrt{9\sqrt{27}}}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\sqrt[12]{27}$ B) $\sqrt[21]{9^6}$ C) $\sqrt[24]{3^{12}}$
D) $\sqrt[24]{3^{13}}$ E) $\sqrt[12]{3^{13}}$

ÇÖZÜM:

- 11) Köklü ifade içindeki tüm değerleri en içteki kökün içerisine aktarmaya çalışalım.

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{3^3\sqrt{9\sqrt{27}}} &= \sqrt[4]{3^3\sqrt{3^2\sqrt{3^3}}} = \sqrt[4]{3^3\sqrt{3^5\sqrt{3}}} \\ &\quad \downarrow 3^3 \quad \downarrow 3^2 \quad \downarrow 3^{10} \\ \sqrt[4]{3^3\sqrt{3^{10}27}} &= \sqrt[4]{3^3\sqrt{3^{10}3^3}} = \sqrt[4]{3^3\sqrt{3^{13}}} \\ &\quad \text{Kök derecelerini çarpalım.} \\ &= 4.3.2\sqrt{3^{13}} = 24\sqrt{3^{13}} \text{ buluruz.}\end{aligned}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

12) $\sqrt[3]{36.\sqrt[3]{36.\sqrt[3]{36...}}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 36

ÇÖZÜM:

12) $\sqrt[3]{36.\sqrt[3]{36.\sqrt[3]{36...}}}$ ifadesinin sonucuna x diyelim;

$\sqrt[3]{36.\sqrt[3]{36.\sqrt[3]{36...}}} = x$ Buna göre denklemi çözelim,
buraya da x diyebiliriz

$$\sqrt[3]{36.x} = x$$

$$\left(\sqrt[3]{36.x}\right)^3 = x^3$$

$$36x = x^3$$

$$36 = x^2$$

$$x = 6 \text{ bulunur.}$$

(Not: Böyle iç içe sonsuz çarpımlarda kökün derecesi 1 azaltıp sonuca hemen gidebiliriz.

Yani; $\sqrt[3]{36.\sqrt[3]{36.\sqrt[3]{36...}}} = \sqrt[3-1]{36} = \sqrt{36} = 6$)

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

13) $\left(\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\dots}}}\right) \cdot \left(\sqrt{12-\sqrt{12-\sqrt{12-\dots}}}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 7 D) 12 E) 144

ÇÖZÜM:

13) $\sqrt{12 + \underbrace{\sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}}_x} = x$ şeklinde denklemi

yazıp çözüme gidebiliriz. Ancak bu tarz sonsuz toplam ve çıkarmalarda ezbersel kolay bir yöntem var.

Eğer içerdeki sayı ardışık iki terimin çarpımı şeklinde yazılabiliyorsa toplamın sonucu büyük terime, çıkarmanın sonucu küçük terime eşittir. Yani;

$$\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}} = 4 \text{ tür.}$$

$$\sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \dots}}} = 3 \text{ tür. Buna göre;}$$

$$\left(\sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots}}} \right) \cdot \left(\sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \dots}}} \right) = 4 \cdot 3 = 12 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

14) $\sqrt{100^2 + 99^2 - 200 \cdot 99}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

14) Kök içerisindeki ifadeyi tam kare şeklinde ifade edebiliriz. (Not: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$)

$$\sqrt{100^2 + 99^2 - 2 \cdot 99 \cdot 100} = \sqrt{(100 - 99)^2} = \sqrt{1^2} = 1 \text{ olarak buluruz.}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

15) $\sqrt{120 \cdot 130 + 25}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 100 B) 120 C) 125 D) 130 E) 150

ÇÖZÜM:

15) $\sqrt{120.130 + 25}$ ifadesinde 120'ye x dersek;

$$\begin{aligned}\sqrt{120.130 + 25} &= \sqrt{x.(x + 10) + 25} \\ &= \sqrt{x^2 + 10x + 25} \text{ olur.}\end{aligned}$$

Bu ifadeye dikkatli bakarsak tam kare bir ifade olduğunu görebiliriz;

$$\sqrt{x^2 + 10x + 25} = \sqrt{(x + 5)^2} = |x + 5|$$

$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x & 2.5.x & 5 \end{array}$

x'in yerine 120 yazalım,

$$= |120 + 5| = 125 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

16) $\sqrt{2000.1998 - 1997.2001 + 6}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM:

16) $\sqrt{2000.1998 - 1997.2001 + 6}$ ifadesini rahat çözebilmek için çarpılan sayılardan birine x diyelim, Mesela 1997 = x olsun. Buna göre;

$$\begin{aligned}&= \sqrt{2000.1998 - 1997.2001 + 6} \\ &= \sqrt{(x + 3).(x + 1) - x.(x + 4) + 6} \\ &= \sqrt{x^2 + 4x + 3 - (x^2 + 4x) + 6} \\ &= \sqrt{x^2 + 4x + 3 - x^2 - 4x + 6} \\ &= \sqrt{9} = 3 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

17) Aşağıda verilen irrasyonel sayılardan hangisinin yaklaşık değeri bilinirse $\sqrt{75}$ sayısının yaklaşık değeri bulunabilir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

ÇÖZÜM:

- 17) $\sqrt{75}$ köklü ifadenin içindeki sayıyı olabildiğince kökün dışına çıkaralım. Bunun için sayıyı çarpanlarına ayıralım.
 $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$ tür. Eğer $\sqrt{3}$ 'ün yaklaşık değeri bilinirse köklü ifadenin değeri bulunabilir.
Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

- 18) $\left. \begin{array}{l} x = \sqrt{2} \\ y = \sqrt{3} \\ z = \sqrt{5} \end{array} \right\}$ olduğuna göre $\sqrt{150}$ sayısının x,y ve z türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) xyz^2 B) x^2yz C) xy^2z D) x^2yz^2 E) xyz^4

ÇÖZÜM:

- 18) $\sqrt{150}$ sayısını asal çarpanlarına ayıralım;
 $\sqrt{150} = \sqrt{25 \cdot 6} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$
Şimdi x,y ve z değerlerini yazalım;
 $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = x \cdot y \cdot z^2$ olarak buluruz.
Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

- 19) $\sqrt{x^3 + 5} - \sqrt{x^3 - 10} = 5$
olduğuna göre $\sqrt{x^3 + 5} + \sqrt{x^3 - 10}$ ifadesinin değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

19) Soruda istenen ifade, bir değere eşit olsun,

$$\sqrt{x^3 + 5} + \sqrt{x^3 - 10} = a \text{ olsun,}$$

Soruda bize $\sqrt{x^3 + 5} - \sqrt{x^3 - 10}$ 'in 5'e eşit olduğu verilmiş. Bu iki denklemi taraf tarafa çarpalım;

$$\sqrt{x^3 + 5} - \sqrt{x^3 - 10} = 5$$

$$\times \sqrt{x^3 + 5} + \sqrt{x^3 - 10} = a$$

$$\left(\sqrt{x^3 + 5}\right)^2 - \left(\sqrt{x^3 - 10}\right)^2 = 5a$$

$$x^3 + 5 - (x^3 - 10) = 5a$$

$$x^3 + 5 - x^3 + 10 = 5a$$

$$15 = 5a$$

$$a = 3 \text{ olarak buluruz.}$$

Doğru Cevap : C şıkkı