

ÜSLÜ DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER ÇÖZÜMLÜ SORULARI

SORU:

1) $2^{a+3} = 128$

$5^{2b-5} = 125$

olduğuna göre $a+b$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM:

1) 128 ve 125 sayılarını üslü sayı olarak ifade edelim;

$$128 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{7 \text{ tane}} = 2^7$$

$$125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 \text{ tür.}$$

$2^{a+3} = 2^7 \Rightarrow$ tabanlar aynı olduğundan üsler de aynı olmalı.

$$a+3=7 \Rightarrow a=4 \text{ bulunur.}$$

$$5^{2b-5} = 5^3 \Rightarrow 2b-5=3 \Rightarrow 2b=8 \Rightarrow b=4 \text{ tür.}$$

O halde;

$$a+b=4+4=8 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap : E şıkkı

SORU:

2) $(0,2)^{x+8} = (0,04)^{x+3}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM:

- 2) Ondalık kesirleri rasyonel sayıya çevirerek çözüme başlayalım.

$$(0,2)^{x+8} = (0,04)^{x+3}$$

$$\left(\frac{2}{10}\right)^{x+8} = \left(\frac{4}{100}\right)^{x+3} \quad \text{sadeleştirelim,}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x+8} = \left(\frac{1}{25}\right)^{x+3} \quad \left(\frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2\right)$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x+8} = \left(\left(\frac{1}{5}\right)^2\right)^{x+3}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x+8} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2 \cdot (x+3)} \quad \text{Tabanlar aynı, üsler eşit olmalı}$$

$$x + 8 = 2 \cdot (x + 3)$$

$$x + 8 = 2x + 6$$

$$8 - 6 = 2x - x$$

$$2 = x \Rightarrow x = 2 \quad \text{bulunur.}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

3) $3 \cdot 2^{x+1} + 6 \cdot 2^{x-1} + 2^x = 160$

eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

- 3) Üssü en küçük olan terimin ortak parantezine alarak soruyu çözelim. Bunun için diğer terimleri

2^{x-1} terimine kadar açmak gerekir,

$$3 \cdot 2^{x+1} + 6 \cdot 2^{x-1} + 2^x = 160$$

$$3 \cdot 2^2 \cdot 2^{x-1} + 6 \cdot 2^{x-1} + 2^1 \cdot 2^{x-1} = 160$$

$$12 \cdot 2^{x-1} + 6 \cdot 2^{x-1} + 2 \cdot 2^{x-1} = 160$$

$$2^{x-1} \cdot (12 + 6 + 2) = 160$$

$$2^{x-1} \cdot 20 = 160$$

$$2^{x-1} = 8$$

$$2^{x-1} = 2^3$$

$$x - 1 = 3$$

$$x = 4 \quad \text{buluruz.}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

4) $3^{2a-3} + \frac{2}{3^{3-2a}} = 81$

eşitliğini sağlayan a değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

4) Payda eşitleyerek soruyu çözmeye çalışalım,

$$3^{2a-3} + \frac{2}{3^{3-2a}} = 81$$

$$\frac{3^{2a-3}}{1} + \frac{2}{3^{3-2a}} = 81$$

(3^{3-2a}) (1)

$$\frac{3^{2a-3} \cdot 3^{3-2a} + 2}{3^{3-2a}} = 81$$

$$\frac{3^{2a-3+3-2a} + 2}{3^{3-2a}} = 81$$

$$\frac{3^0 + 2}{3^{3-2a}} = 81$$

$$\frac{1+2}{3^{3-2a}} = 81$$

$$\frac{3^1}{3^{3-2a}} = 81$$

$$3^{1-(3-2a)} = 81$$

$$3^{1-3+2a} = 3^4$$

$$-2 + 2a = 4$$

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

a yı 3 olarak buluruz.

Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

5) $(2x + 3)^4 = 5^4$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

ÇÖZÜM:

- 5) İki denklemde de üsler çiftse tabandaki ifadeler hem pozitif hem de negatif işaretli olarak birbirlerine eşittir. Yani;

$$x^{2n} = y^{2n} \text{ ise } x = y \text{ veya } x = -y \text{ dir. O halde;}$$

$$(2x + 3)^4 = 5^4 \text{ ise iki durum vardır;}$$

$$2x + 3 = 5 \quad \text{ve} \quad 2x + 3 = -5$$

$$2x = 2 \quad \quad \quad 2x = -8$$

$$x = 1 \quad \quad \quad x = -4$$

Değerlerin toplamı = $1 + (-4) = -3$ olarak bulunur.

Doğru Cevap: C şıkkı

SORU:

- 6) $(x + 2)^{16} = (4x + 8)^8$
eşitliğini sağlayan farklı x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) -12 B) -2 C) 12 D) 24 E) 48

ÇÖZÜM:

- 6) $(x+2)^{16} = (4x+8)^8$ ifadesindeki üslerin çift olduğuna dikkat edelim.

Üsleri aynı olacak şekilde eşitliğin sol tarafında bir düzenleme yapalım;

$$(x+2)^{16} = (4x+8)^8 \Rightarrow [(x+2)^2]^8 = (4x+8)^8$$

1.durum: $(x+2)^2 = 4x+8$

$$x^2 + 4x + 4 = 4x + 8$$

$$x^2 - 4 = 0 \quad (\text{iki kare farkı})$$

$$(x-2).(x+2) = 0 \Rightarrow \text{Buna göre } x = 2 \text{ veya } -2 \text{ dir.}$$

2.durum: $(x+2)^2 = -(4x+8)$

$$x^2 + 4x + 4 = -4x - 8$$

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$

$$x \quad 6$$

$$x \quad 2$$

$$(x+2).(x+6) = 0 \Rightarrow \text{Buna göre } x = -2 \text{ veya } -6 \text{ dir.}$$

x'in alabileceği farklı değerler 2, -2 ve -6 dir.

Çarpımları = $2.(-2).(-6) = 24$ bulunur.

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

- 7) $(2x-4)^{15} = (x+2)^{15}$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM:

- 7) Üsler aynı ve tek olunca tabandaki terimlerin eşit olması gerekir.

$$(2x-4)^{15} = (x+2)^{15} \text{ ise}$$

$$2x-4 = x+2$$

$$2x-x = 2+4$$

$$x = 6 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

8) $x, y \in \mathbb{Z}$ olmak üzere

$$7^{3x+y-14} = 8^{x+2y-8} \text{ ise, } x.y \text{ çarpımı kaçtır?}$$

- A) 6 B) 8 C) 14 D) 16 E) 24

ÇÖZÜM:

8) $7^{3x+y-14} = 8^{x+2y-8}$ eşitliği sadece üslerin 0 olduğu

durumda birbirine eşittir. O halde;

$$3x + y - 14 = 0$$

$x + 2y - 8 = 0$ dır. Bu denklemleri çözelim.

$$\begin{array}{r} 1 \quad / \quad 3x + y - 14 = 0 \\ + \quad -3 \quad / \quad x + 2y - 8 = 0 \\ \hline 3x + y - 14 = 0 \\ + \quad -3x - 6y + 24 = 0 \\ \hline -5y + 10 = 0 \\ -5y = -10 \end{array}$$

$y = 2$ bulunur. $x + 2y - 8 = 0$ ise $x + 4 - 8 = 0$

$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$ bulunur. Buna göre;

$x.y = 4.2 = 8$ buluruz.

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

9) $(a-5)^{a^2-5a} = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-4, 0\}$ B) $\{0, 5, 6\}$ C) $\{0, 6\}$
D) $\{-4, 0, 5, 6\}$ E) $\{0, 4, 6\}$

ÇÖZÜM:

9) $x^n = 1$ eşitliklerinde 3 farklı durum söz konusudur.

1.durum: $x \neq 0$ ise $n = 0$ dir.

2.durum: $x = 1$ ise, $n \in \mathbb{R}$ dir.

3.durum: $x = -1$ ise, n çift sayıdır.

Buna göre;

$(a-5)^{a^2-5a} = 1$ eşitliğindeki üç durumu inceleyelim;

1.durum: $a^2 - 5a = 0 \Rightarrow a.(a-5) = 0$

buradan $a = 0$ ve $a = 5$ kökleri bulunur. Ancak $a = 5$ olduğunda üslü sayının tabanı 0 olacağından 5'i kullanamayız.

2.durum: $a - 5 = 1 \Rightarrow a = 6$ buluruz. $a = 6$ durumu üssün reel sayı olmasını engellemediği için 6'yı kök olarak alabiliriz.

3.durum: $a - 5 = -1 \Rightarrow a = 4$ buluruz. $a = 4$ olduğunda üs: $a^2 - 5a = 4^2 - 5.4 = 16 - 20 = -4$ olur. Çift sayı olduğundan $a = 4$ kökünü alabiliriz.

O halde çözüm kümesi $= \{0, 4, 6\}$ dir.

Doğru Cevap: E şıkkı

SORU:

10) $\left. \begin{array}{l} 3^x = 125 \\ 5^y = 81 \end{array} \right\}$ olduğuna göre $x.y$ çarpımını kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 27

ÇÖZÜM:

10) Bu soruda 1.denklemden 5 sayısının x cinsinden ifadesini bulup, 2.denklemden yerine yazalım.

$3^x = 125 \Rightarrow 3^x = 5^3 \Rightarrow 3^{\frac{x}{3}} = 5$ bunu 2.denklemden 5'in yerine yazalım.

$5^y = 81$ idi,

$\left(3^{\frac{x}{3}}\right)^y = 81 \Rightarrow 3^{\frac{x.y}{3}} = 3^4 \Rightarrow \frac{x.y}{3} = 4 \Rightarrow x.y = 12$ dir.

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

$$11) \begin{cases} 7^{x-y} = 4 \\ 7^{x+1} = 56 \end{cases} \text{ olduğuna göre } 7^y \text{ kaçtır?}$$

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 16

ÇÖZÜM:

$$11) 7^{x-y} = 4$$

$$7^{x+1} = 56$$

İkinci denklemden 7^x in neye eşit olduğunu bulur -

sak, 1.denklemden 7^y yi bulabiliriz. Buna göre;

$$7^{x+1} = 56 \Rightarrow 7^x \cdot 7 = 56 \Rightarrow 7^x = 8 \text{ buluruz.}$$

$$7^{x-y} = 4 \Rightarrow 7^x \cdot 7^{-y} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{7^x}{7^y} = 4 \Rightarrow \frac{8}{7^y} = 4 \Rightarrow 7^y = 2 \text{ bulunur.}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

$$12) \begin{cases} 2^a \cdot 3^b = 72 \\ 3^a \cdot 2^b = 108 \end{cases}$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ÇÖZÜM:

$$12) 2^a \cdot 3^b = 72$$

$$3^a \cdot 2^b = 108$$

İki denklemi taraf tarafa çarparsak buradan üsler toplamını elde edebiliriz.

$$2^a \cdot 3^b = 72$$

$$\times 3^a \cdot 2^b = 108$$

$$2^a \cdot 3^b \cdot 3^a \cdot 2^b = 72 \cdot 108$$

$$2^a \cdot 2^b \cdot 3^a \cdot 3^b = 72 \cdot 108$$

$$2^{a+b} \cdot 3^{a+b} = 72 \cdot 108$$

$$6^{a+b} = 72 \cdot 108$$

$$36 \cdot 2 \cdot 36 \cdot 3$$

$$6^{a+b} = 36 \cdot 2 \cdot 36 \cdot 3$$

$$6^{a+b} = 6^2 \cdot 2 \cdot 6^2 \cdot 3$$

$$6^{a+b} = 6^2 \cdot 6^2 \cdot 6$$

$$6^{a+b} = 6^5 \Rightarrow a + b = 5 \text{ buluruz.}$$

Doğru Cevap : C şıkkı

SORU:

$$13) \left. \begin{array}{l} 11^a + 5^b = 85 \\ 2 \cdot 11^a + 5^b = 45 \end{array} \right\} \text{ olduğuna göre, } b \text{ kaçtır?}$$

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ÇÖZÜM:

13) $11^a + 5^b = 85$
 $2 \cdot 11^a + 5^b = 45$ denklemlerinde 11^a lı ifadeyi yok ederek çözmeye çalışalım.

$$\begin{array}{r} -2 / 11^a + 5^b = 85 \\ + \quad 2 \cdot 11^a + 5^b = 45 \\ \hline -2 \cdot 11^a - 2 \cdot 5^b = -170 \\ + \quad 2 \cdot 11^a + 5^b = 45 \\ \hline -5^b = -125 \end{array}$$

$$5^b = 5^3$$

$$b = 3 \text{ bulunur.}$$

Doğru Cevap: A şıkkı

SORU:

14) $2^{3x+5} > 2^{x+15}$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-5, \infty)$ B) $(-5, 5)$ C) $(-\infty, 5)$
D) $(5, \infty)$ E) $[5, \infty)$

ÇÖZÜM:

14) Üslü sayılarda taban 1 den büyükse, büyük olan sayının üssü de büyüktür. Buna göre;

$$2^{3x+5} > 2^{x+15} \Rightarrow 3x + 5 > x + 15$$

$$3x - x > 15 - 5$$

$$2x > 10$$

$$x > 5 \text{ bulunur. O halde } \text{Ç.K.} = (5, \infty) \text{ dur.}$$

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

15) $\left(\frac{1}{3}\right)^{a+2} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2a-4}$

olduğuna göre, a'nın alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ZM:

15) $\left(\frac{1}{3}\right)^{a+2} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2a-4}$

Taban 0 ile 1 arasında bir değer ise büyük olan üslü sayının üssü küçük olmalıdır.Buna göre;

$$a + 2 > 2a - 4$$

$$a - 2a > -4 - 2$$

$$-a > -6$$

$$a < 6 \text{ Buna göre;}$$

a'nın en büyük tam sayı değerı 5'tir.

Doğru Cevap: E Şıkkı

SORU:

16) $a = 8^7$

$$b = 4^{13}$$

$$c = 64^2$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$

D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

ÜZÜM:

- 16) Sayıların tabanlarını aynı yapmaya çalışalım. Buradaki üslü sayıları 2 tabanında ifade edebiliriz.

$$a = 8^7 = (2^3)^7 = 2^{21}$$

$$b = 4^{13} = (2^2)^{13} = 2^{26}$$

$$c = 64^2 = (2^6)^2 = 2^{12}$$

Taban 1'den büyük olduğunda üssü büyük olan sayı daha büyüktür. Buna göre;

$$2^{12} < 2^{21} < 2^{26} \Rightarrow c < a < b$$

Doğru Cevap: D şıkkı

SORU:

17) $a = \left(\frac{2}{5}\right)^{35}$

$$b = \left(\frac{125}{8}\right)^{13}$$

$$c = \left(\frac{4}{25}\right)^{17}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

ÇÖZÜM:

- 17) Sayıların tabanlarını aynı yapmaya çalışalım. Buradaki üslü sayıları $\frac{2}{5}$ tabanında ifade edebiliriz.

$$a = \left(\frac{2}{5}\right)^{35}$$

$$b = \left(\frac{125}{8}\right)^{13} = \left(\frac{8}{125}\right)^{-13} = \left[\left(\frac{2}{5}\right)^3\right]^{-13} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-39}$$

$$c = \left(\frac{4}{25}\right)^{17} = \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^{17} = \left(\frac{2}{5}\right)^{34}$$

Taban 0 ile 1 arasında olduğunda üssü büyük olan sayı daha küçüktür. Buna göre;

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{35} < \left(\frac{2}{5}\right)^{34} < \left(\frac{2}{5}\right)^{-39} \Rightarrow a < c < b$$

Doğru Cevap: B şıkkı

SORU:

18) $a = 2^{200}$
 $b = 3^{150}$
 $c = 5^{100}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

ÇÖZÜM:

- 18) Sayıların tabanlarını aynı yapamayacağımız için üslerini aynı yapmaya çalışalım. Burdan yorumda bulunabiliriz. Üsleri 50 olacak şekilde sayıları dönüştürebiliriz.

$$a = 2^{200} = (2^4)^{50} = 16^{50}$$

$$b = 3^{150} = (3^3)^{50} = 27^{50}$$

$$c = 5^{100} = (5^2)^{50} = 25^{50}$$

Üsler aynı olduğunda tabanı büyük olan sayı daha büyüktür. Buna göre;

$$16^{50} < 25^{50} < 27^{50} \Rightarrow a < c < b$$

Doğru Cevap: B şıkkı